

CIP 法による高速水中水噴流の 3 次元数値解析

早稲田大学大学院⁽¹⁾ 下村 啓介*
 早稲田大学大学院⁽¹⁾ 北嶋 大遵
 元早稲田大学大学院⁽²⁾ 岡 秀典
 早稲田大学⁽³⁾ 山本 勝弘

Three-Dimensional Numerical Analysis of Submerged High-Speed Water Jet by CIP Method

Key words : Cavitation, Homogeneous model of liquid-gas two phase flow, Orifice nozzle, Mesh generation, CFD

1. まえがき

高速の水中水噴流は、気中水噴流に比べてその速度が短距離で低下するが、キャビテーションの存在により、材料の洗浄、ピーニング、掘削、切削さらに水質浄化などで気中水噴流にない効果を発揮する⁽¹⁾。水中水噴流のキャビテーションの場合、噴流周囲のせん断層中に強い渦キャビテーションが発生し、その渦キャビテーションの崩壊圧が上述の加工作用に重要な役割を果たしていると考えられる。またこの渦キャビテーションは気泡雲を形成し、間欠的で強い非定常性を示すと共に噴流周囲に高周波の圧力変動すなわちキャビテーションノイズが発生することも知られている⁽²⁾。これらのキャビテーションジェットの特性は、ノズルの形状にも強く影響され、その影響を明らかにすることは、ウォータージェットの加工能力に関わる重要な課題と考えられる⁽³⁾。この問題に関し、これまで噴流の流動構造におよぼすノズルの出口平行部の長さやカラーの影響が実験および離散渦法により調べられ、ノズル出口の外側に取り付けた縁の存在により、キャビテーションが著しく促進されることが指摘されている⁽⁴⁾。また、最近では均質気液 2 相流モデルと RNGk- ϵ モデルにより、乱流キャビテーション流れの詳細な解析が行われ、渦構造とキャビテーションの関連やキャビテーションの強度分布などが調べられるようになってきた⁽⁵⁾。しかし、流れは軸対称と仮定されているため、流れの 3 次元構造に課題が残されていると思われる。このようにキャビテーションジェットは、今なお数値解析が困難な流れで、精度の高い解析モデルの開発は、現象の解明ばかりでなくノズルの設計や使用に際しても極めて有力なツールになると期待される。

そこで本研究では、乱流キャビテーションジェットの数値シミュレーションを目標に、その第 1 段階として、最も単純な均質気液 2 相流で、乱流モデルを用いない 3 次元圧縮性粘性流体モデルの数値解析によりノズル近傍の流れを調べることを目的とした。基礎式の離散化には不連続変化や気液 2 相流でも比較的安定な計算が可能な CIP 法を採用する^{(6),(7)}。

2. 計算対象

Fig.1 に示すオリフィスノズルを用い、圧力 50[MPa]の水を大気圧下の水中に噴射すると、Fig.2 のようなキャビテーションジェットが発生する。このようなジェットは非対称かつ間欠的な非定常性の強い流れである。ノズルの主要寸法は、入口径 0.15[mm]、チップ全長 7.0[mm]、出口径 4.0[mm]、キャップの内径 $d=4.0$ [mm]、平行部長さ $l=5.0$ [mm]である。本研究の計算対象はこのようなキャビテーションジェットのノズルチップとキャップ内およびその出口近傍の 3 次元流れである。

3. 計算方法

3. 1 基礎式と境界条件、初期条件

(i) 基礎式

基礎式は、非保存形の質量保存則と運動量保存則、すなわち 3 次元 N.S.方程式である。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \rho = -\rho(\nabla \cdot \mathbf{u}) \quad (1)$$

(1) Keisuke SHIMOMURA, Hiroyuki KITAZIMA (Graduate Students of Science and Engineering, Waseda University)

(2) Hidenori OKA (Hino Corporation, Former Graduate Students of Waseda University)

(3) Katsuhiro YAMAMOTO (Faculty of Science and Engineering, Waseda University, 3-4-1 Ohkubo, Shinjuku-ku, Tokyo, 169-8555)

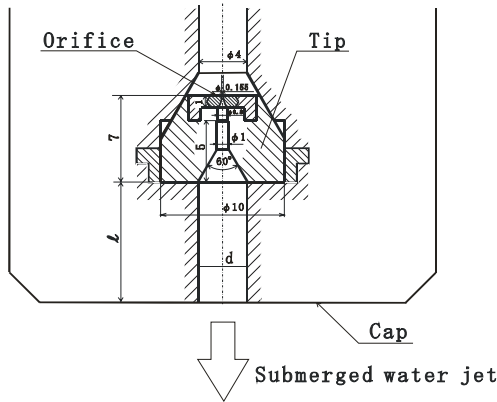


Fig.1 Shape of orifice nozzle



Fig.2 Submerged water jet at 50[MPa]

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \left\{ \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) \right\} \quad (2)$$

ただし、 t : 時間、 $\mathbf{x} = (x, y, z)$: 位置ベクトル、 $\rho(\mathbf{x}, t)$: 密度、 $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = (u, v, w)$: 速度ベクトル、 $p(\mathbf{x}, t)$: 静圧力、 ν : 動粘性係数、 $\nabla = (\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z})$: ナブラ演算子.

水の状態方程式としてはバロトロピックな変化を仮定し、高圧領域を Tait 形方程式で、低圧領域のキャビテーション流れを最も単純な均質気液 2 相流モデル (気液のスリップなし) で表わす. すなわち

$$p > p_v \text{ のとき, } \rho = \rho_0 \left(\frac{p + B}{p_0 + B} \right)^{1/N} \quad (3)$$

$$p = p_v \text{ のとき, } \rho = (1 - \alpha) \rho_{vL} + \alpha \rho_{vG} \approx (1 - \alpha) \rho_{vL} \quad (4)$$

ただし、 $B=293.1[\text{MPa}]$, $N=7.15$ で、 p_0 : 大気圧、 ρ_0 : 大気圧下の水の密度、 p_v : 水の飽和蒸気圧、 ρ_{vL} : $p = p_v$ の水の密度、 ρ_{vG} : $p = p_v$ の蒸気の密度、 α : 蒸気のボイド率. 式(4)の場合、飽和蒸気圧下の気液二相流の密度すなわちボイド率は連続の式から決定する.

バロトロピックな流れでは水の音速は $a = \sqrt{dp/d\rho}$ と表わされるので、式 (1) は次のようになる.

$$\frac{\partial p}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) p = -\rho a^2 (\nabla \cdot \mathbf{u}) \quad (5)$$

CIP 法では式(1)―(5)を使い分けて ρ, \mathbf{u}, p を求める. なお、本計算では乱流モデルは導入していない.

(ii) 境界条件

$$\textcircled{1} \text{ ノズル流入部 } \mathbf{x} = \mathbf{x}_{\text{in}} : p(\mathbf{x}, t) = p_d \text{ (一定)}, v = 0, w = 0, \nabla p = \mathbf{0}, \nabla \mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (6)$$

$$\textcircled{2} \text{ ノズル壁面 } \mathbf{x} = \mathbf{x}_{\text{solid}} : \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{0} \quad (7)$$

$$\textcircled{3} \text{ ノズル流出部 } \mathbf{x} = \mathbf{x}_{\text{out}} : p(\mathbf{x}, t) = p_0, \nabla p = \mathbf{0}, \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} = \mathbf{0} \quad (8)$$

(iii) 初期条件

本研究では、初期条件として、実験と比較可能な静止流体がオリフィス入口で駆動圧/大気圧に仕切られた状態 (Case A) と計算時間短縮のため、近似的な管内定常流を与える場合 (Case B) の 2 種類のケースを考え、比較する. すなわち、 $t = 0$ で、

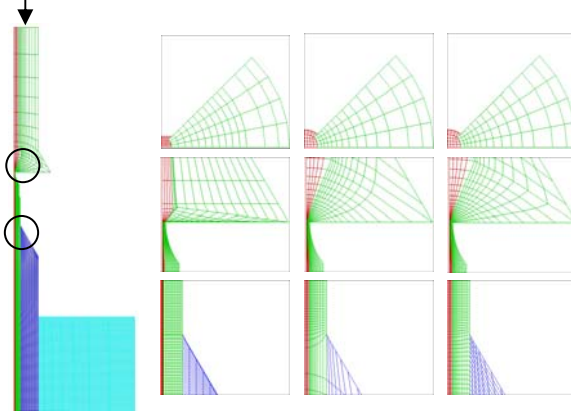
$$\text{Case A 全域 : } \mathbf{u}(\mathbf{x}, 0) = \mathbf{0}, \text{ オリフィス上流 : } p(\mathbf{x}, 0) = p_d (> p_0), \text{ オリフィス下流 : } p(\mathbf{x}, 0) = p_0 (> p_v)$$

$$\text{Case B 全域 : } \mathbf{u}(\mathbf{x}, 0) = (\bar{u}(x), 0, 0), p(\mathbf{x}, 0) = p(x) (\geq p_0), \text{ ただし, } \bar{u}(x) = C_d (A_n / A(x)) \sqrt{2(p_d - p_0) / \rho_0},$$

$$C_d : \text{定常流の流量係数, } A_n : \text{ノズル入口断面積, } A(x) : \text{ノズル通路断面積}$$

3. 2 計算格子の生成

差分計算の前処理として、Fig. 5 に示すように計算格子をノズルの形状データから格子線が計算領域の境界に適合するように設定する。計算格子の生成に Tompson の楕円型方程式を用い、Steger and Sorenson の制約関数を適用した結果を Fig.6 に示す^{(8), (9)}。



(a)Nozzle shape (b)Initial state (c)Laplace eq. (d)Poisson eq.
Fig.5 Mesh generation process

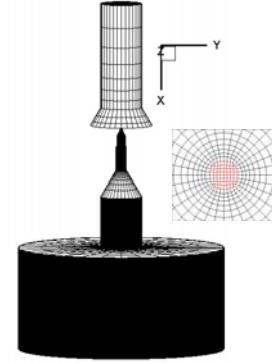


Fig.6 Boundary conforming grids
for the orifice nozzle (Grid points 3×10^4)

3. 3 差分スキーム

基礎式(1),(2),(5)は、 $\rho(\mathbf{x},t), u(\mathbf{x},t), v(\mathbf{x},t), w(\mathbf{x},t), p(\mathbf{x},t)$ の成分を $f(\mathbf{x},t)$ とすれば、以下の式で統一的に表わされる。

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) f = G + H \quad (9)$$

ただし、 G : 拡散項、 H : 音響項 (等エントロピー項) でこれらは、一般に $f(\mathbf{x},t)$ とその空間微分関数。両辺を微小区間 $[t_n, t_{n+1}]$ で時間積分すると、次式を得る。

$$f(\mathbf{x}, t_{n+1}) - f(\mathbf{x}, t_n) = - \int_{t_n}^{t_{n+1}} (\mathbf{u} \cdot \nabla) f dt + \int_{t_n}^{t_{n+1}} G dt + \int_{t_n}^{t_{n+1}} H dt \quad (10)$$

CIP 法は右辺の積分を 3 段階に時間分割し、実行する⁽⁶⁾。

Phase 1 対流項の積分

$$f_{i,j,k}^* - f_{i,j,k}^n = - \int_{t_n}^{t_{n+1}} (\mathbf{u} \cdot \nabla) f dt \quad (11)$$

CIP 法では、 $f(\mathbf{x},t)$ の空間分布を 3 次多項式で近似し、風上差分を適用する。補間に際し、格子点の空間微係数 $(\nabla f)_{i,j,k}^*$ を併用する⁽⁶⁾。物理量が急峻な変化をする部分では数値振動が生じ易くなる。そのような振動を抑制するため、格子間の変化が単調でない場合は $f(\mathbf{x},t)$ の空間分布を 3 次多項式から 1 次多項式に切り替え補間する⁽⁷⁾。

Phase 2 拡散項の積分

$$f_{i,j,k}^{**} - f_{i,j,k}^* = \int_{t_n}^{t_{n+1}} G dt \approx \bar{G} \Delta t \quad (12)$$

右辺拡散項 \bar{G} 中の $f(\mathbf{x},t)$ の空間微分を $f_{i,j,k}^*$ の中心差分で離散化する (FTCS 法)。

Phase 3 音響項の積分

$$f_{i,j,k}^{n+1} - f_{i,j,k}^{**} = \int_{t_n}^{t_{n+1}} H dt \approx \bar{H} \Delta t \quad (13)$$

右辺音響項 \bar{H} 中の $f(\mathbf{x},t)$ の空間微分を半陰的に評価し、式(2),(5)の差分式から $\mathbf{u}_{i,j,k}^{n+1}$ を消去すると、 $p_{i,j,k}^{n+1}$ に関するポアソンタイプの方程式を得る。それを、SOR 法で解き、次に式(2)の差分式より $\mathbf{u}_{i,j,k}^{n+1}$ を求め、最後に式(3)or 式(1)の差分式から $\rho_{i,j,k}^{n+1}$ を求める。

以上より $f_{i,j,k}^{n+1}$ が求まる。実際の計算は一般曲線座標系における差分スキームを導き、並列処理プログラムを組んで、4 CPU で実行した。

4. 計算結果と考察

4. 1 流量の時間変化

ノズルの各断面の質量流量 $\dot{m}(x,t) = \int_A (\rho u) dA$ より、質量流量比

$$\phi_m(x,t) = \dot{m} / (A(x) \sqrt{2(p_d - p_0)} \rho_0) \quad (14)$$

を求め、時間的な変化を示すと、Fig.7 のようになる。この質量流量比は定常流の場合、ノズルの流量係数 C_d に他ならない。この図から、次のことが分かる。Case A では、高圧力波の伝播により流れの変動が激しく、短時間で定常解に落ち着くことは望めないが、Case B では、質量流量比 ϕ_m は計算開始後直ちにほぼ定常値 C_d に達し、計算時間の短縮が期待できる。Fig.7 後半の流量変動の周波数は約 50[KHz]である。

4. 2 圧力分布の時間変化

Fig.8 は、Case B で $t=0 \sim 100 [\mu s]$ における計算領域の軸方向に沿う圧力分布を表わしたものである。この図から Fig.7 Case B の前半の流量変動はオリフィス前後の過渡的な圧力波の伝播によるものと考えられるが、後半の流量変動は、圧力と密度の間欠的な変動によるもので、キャビテーションの発生を示唆している。

4. 3 ノズル断面における圧力と速度の分布

Fig.8 の計算結果で、 $t = 50 [\mu s]$ における各断面の圧力と速度の分布を示すと Fig.9 のようになる。これらの結果から、流れの対称性が成立するのは、拘束の強いオリフィス直後のみで、下流に行くに従い流れの 3 次元性が顕著になることが分かる。

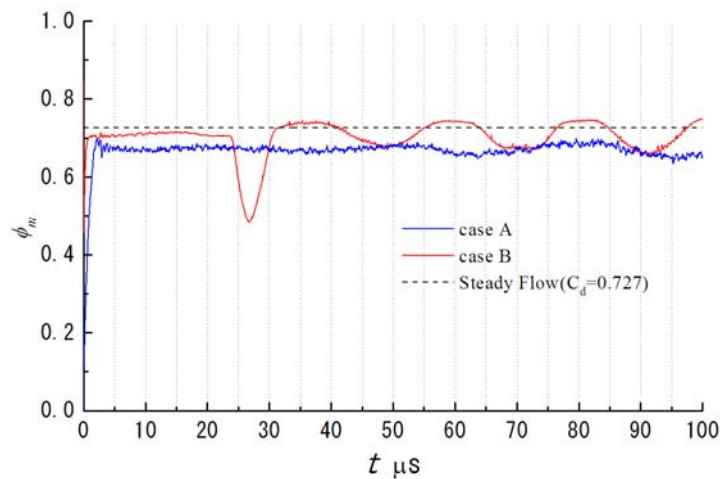


Fig.7 Time history of flow rate in Case A, B and steady flow

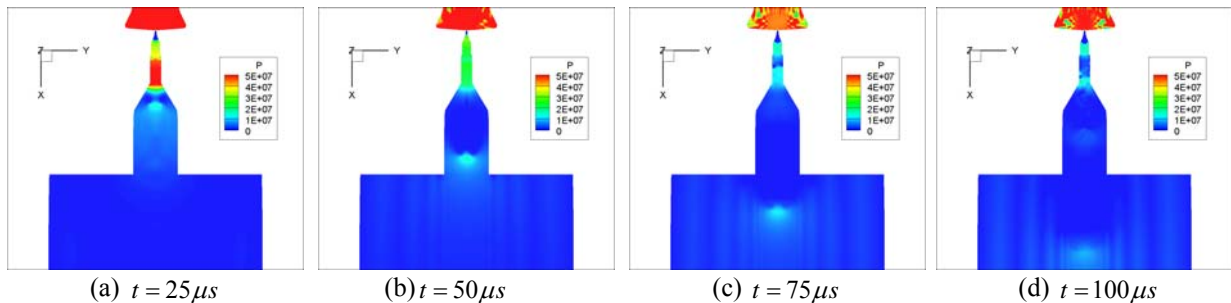


Fig.8 Flow patterns along the nozzle axis

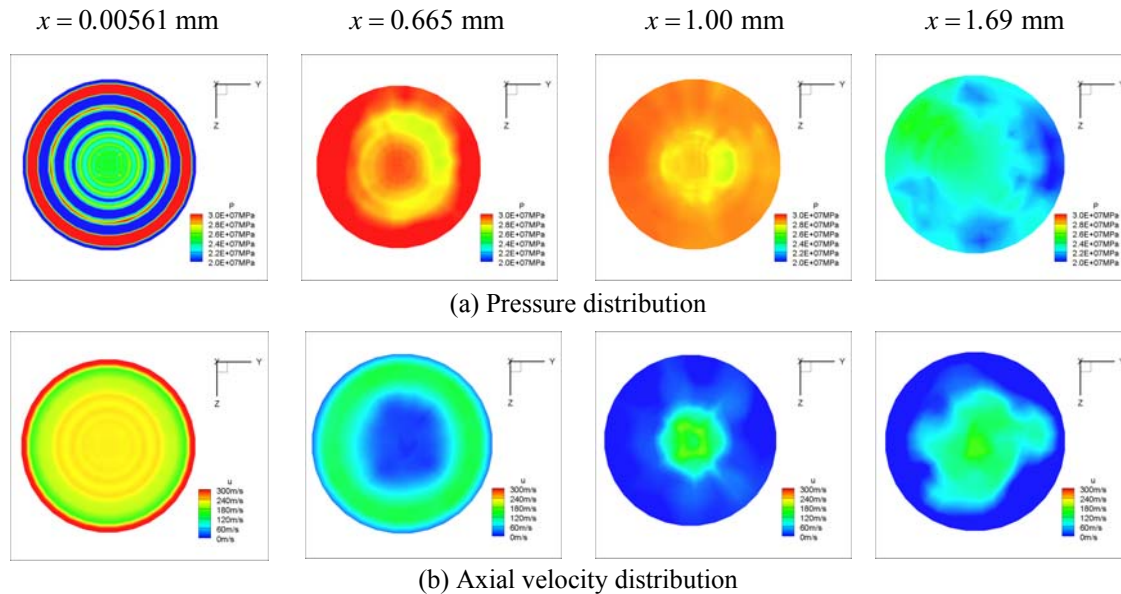


Fig.9 Flow patterns at each cross section of nozzle ($t = 50\mu s$)

5. まとめ

キャビテーションジェットの高次元流れをシミュレートするため、圧縮性粘性流体のNS方程式をCIP法により数値解析した。キャビテーションモデルとしては最も単純な均質気液2相流モデルを用いた。その結果、以下のことが分かった。

- (1) 初期条件として、近似的な管内定常流を与えると、計算時間の短縮が図れる。
- (2) ノズルの軸方向の圧力と密度の変動はキャビテーションを含む流量変動を引き起こす。
- (3) オリフィス直後の流れは対称であるが、下流に行くに従い、流れの3次元性が顕著になる。

実現象の定量的評価のためには、計算時間と空間領域の拡大とともに、今後キャビテーションモデルの高精度化、乱流モデルの導入が不可欠である。

謝辞

本研究の一部は、JST,CREST (2009年度)の助成によるものである。また、噴流写真の撮影には本学学生吉田篤史君の協力を得た。記して感謝の意を表す。

参考文献

- 1) 山内由章, 祖山均, 安達保則, 佐藤一教, 進藤文典, 大場利三郎, 山部正博, 大島亮一郎, “高速水中噴流のカッティング領域とピーニング領域”, 日本機械学会論文集B編, 59-557(1993), pp.16-22.
- 2) D.W.Jorgensen, “Noise from Cavitating Submerged Water Jets”, J.Acoust.Soc.Amer., Vol.33 (1961), pp.1334-1338.
- 3) 新井田徳雄, 高橋等, 沢村利洋, 小林陵二, “強力キャビテーションシステムの開発とバリ取り技術への応用”, 噴流工学, Vol.21, No.2(2004), pp.32-42.
- 4) 清水誠二, “急拡大部付きノズルから流出する円形噴流の解析”, 日本機械学会論文集 (B編), Vol.59, No.559(1993), pp.151-156.
- 5) Guoyi PENG, Seiji SHIMIZU and Shigeo FUJIKAWA, “Numerical Simulation of Turbulent Cavitating Water Jets Issued from a Submerged Orifice Nozzle, Proc. of 9th Pacific Rim International Conference on Water Jetting Technology(2009), p.139-144.
- 6) 矢部孝, 内海隆行, 尾形陽一, “CIP法 原子から宇宙までを解くマルチスケール解法”, 森北出版 (2003), p.25.
- 7) 姫野武洋, “自由表面流れのCIP法による解法” 日本機械学会講習会副教材 No.04-56(2004), p.105-134.
- 8) J.F.Thompson, Z.U.A.Warsi and C.W.Mastin 著, 小国, 河村訳, “数値格子生成の基礎と応用”, 丸善(1994)
- 9) J.L.Steger and R.L.Sorenson, “Automatic Mesh-Point Clustering Near a Boundary in Grid Generation with Elliptic Partial Differential Equations”, J. Comput. Phys. Vol.33(1979), pp.405-410.